

29

D. D.
DISSERTATIO GRADUALIS,
DE
LIMITIBUS
ATMOSPHERÆ TERRESTRIS.

QUAM
CONS. AMPL. FAC. PHIL. IN REG. ACAD. ABOENSI,
PRÆSIDE
MAG. ANDREA PLANMAN,
*Phys. Profess. Reg. & Ord. Reg. Acad. Scient. Stockh. nec non
Reg. Societ. Scient. Ups. Membro.*

Publice ventilandam fistit
CAROLUS HENRICUS BRUNOU,
Wiburgensis.

In AUDITORIO MAJORI Die *VIII.* Junii MDCCLXXXII,
Horis ante meridiem solitis.

ABOÆ
Impressa apud Viduam Reg. Acad. Typogr. J. C. Frenckell.

§. I.

Altitudinem Atmosphææ Telluris seu fluidi illius aërei, quo tellus nostra circumdatur, Celebris ille Arabs ALHATZEN, ex duratione crepusculorum, definire conatus est. Hujus vestigia secuti sunt plures alii, tam antiquiores quam recentiores Astronomi, inter quos nominasse sufficiat VITELLIONEM, NONIUM, CLAVIUM, KEPLERUM, DE LA HIRE, KEILL atque LE MONNIER; sed ita tamen, ut recentiores etiam rationem refractionis radiorum lucis haberent. Cum autem in Methodo, qua ex duratione crepusculorum altitudo Atmosphææ nostræ definitum iri existimatur, initium matutini vel finis vespertini crepusculi accurate datum supponitur; patet istam fini obtinendo esse minus convenientem. Etenim confinium noctis & crepusculi difficillimum est determinatu; cum plenaria caligo istud confinium non excipit; sed aliquid luminis etiam per totam noctem Atmosphæram collustrare deprehenditur. Gratis quoque assumitur, quod radius lucis, a Sole infra Horizontem constituto prodiens terramque stringens, facta unica reflexione in suprema aëris regione, ad oculum observatoris deferatur; cum notissimum sit, radios lucis, post varias reflexiones tam in Atmosphæra quam superficie Telluris



luris factas, oculos nostros ingredi posse atque sic limites crepusculorum noctiumque dubios reddere. Quid? Quod aëri magis minusve condensato in limitibus hifce variandis haud contemnendæ partes sint attribuendæ. Hinc non potest non calculus, duratione crepusculorum superstructus, altitudinem Atmosphæræ Terrestris a vera quam maxime abludentem exhibere; quemadmodum etiam constat istam hac methodo vix ad septem milliaria Svecana obtineri: cum tamen aurora Borealis ad altitudinem plusquam centenorum eorundem milliarium quandoque conspiciatur, prout ex *Actis Reg. Acad. Scient. Stockh.* pro Anno 1764. p. 209. patescit.

§. II.

Tentamina illorum successu quoque caruerunt, qui sub hypothesi densitatis aëris constantis a superficie Terræ ad extremam usque aëris regionem, ex data gravitate specifica aëris atque Mercurii vel aquæ, altitudinem nostræ Atmosphæræ definiendam aggressi sunt; quandoquidem ista hypothesis repugnat indoli fluidi aërei, cujus densitatem, auctis a Tellure distantis, decrescere notissimum est. Vix majori cum successu calculos suos subduxisse censendi sunt, qui in eadem disquisitione rationem decrementorum densitatis aëris habuerunt. Sic Clariss. SEGNER in tractatu suo (*Einleitung in die Natur Lehre*) p. 155, altitudinem Atmosphæræ terrestris, ex data differentia alti-

itudinis Mercurii in Barometro ad superficiem Terræ atque elevationem datam, definire voluit; statuendo scilicet densitatem aëris, sub hypothese gravitatis constantis, in progressionem geometricam decrescere, crescentibus distantis a superficie telluris in progressionem Arithmetica. In hunc finem adducit experimentum quoddam Barometricum, de quo id solummodo perhibet, quod ad distantiam septem milliaria Ang. a superficie terræ, altitudo Mercurii in Barometro fuerit quarta pars istius altitudinis, quam in ipsa superficie habuit. Hinc ad calculos revocat altitudinem Atmosphæræ in sex partes divisam, quarum quævis septem milliaria Ang. continet, atque altitudinibus, quas sic obtinet, correspondentes mercurii altitudines, in progressionem geometricam decrescentes, attribuit. Quo facto invenit, in elevatione sexies septem milliaria Ang., densitatem aëris esse ad istam in superficie telluris ut $\frac{1}{4096}$ ad 1; quam quidem extremæ rarefactionis limitem esse existimat. Hinc itaque concludit altitudinem Atmosphæræ terrestris non nisi ad 42 milliaria Ang. seu $10\frac{1}{2}$ milliaria Germ. pertingere. Ut autem patefeat, quo loco sit habendum experimentum allatum; ad aliud experimentum, quod a nemine in dubium vocetur, ratio ineunda erit: id quod Celeberr. BOUGUER cepit observando altitudinem mercurii in barometro sub æquatore & in libella maris lin. 337, in vertice autem montis Pichincha lin. 191 fuisse; hujus montis altitudinem invenit hexap.

hexap. 2435, quæ 2663 orgyas Svec. proxime efficiunt. Ex quo sequitur, densitatem aëris in libella maris esse ad densitatem ejus in altitudine 2663. Org. Svec. ut 337 ad 191; adeoque raritas aëris prope superficiem maris erit ad ejus raritatem in ista altitudine ut 1 ad $\frac{337}{191}$. Quæraturn jam in hypothesi gra-

vitatis constantis altitudo, in qua raritas aëris sit 4096 vicibus major quam in libella maris, inferendo: *Ut*

Logarithmus raritatis $\frac{337}{191}$ ad Logarithmum raritatis

4096, ita altitudo 2663 org. Svec. ad altitudinem, quæ quæritur. Facta supputatione ad hanc normam prodibit altitudo quæsitæ 39006 orgyiarum Svec. seu $6\frac{1}{2}$ miliarium Svec.; adeoque aliquanto minor, quam Cl. SEGNER ex experimento a se allato obtinuit. Sed lubet experiri, quanta Atmosphæræ altitudo, sub hypothesi gravitatis decrefcentis in ratione quadratorum distantiarum a centro terræ, obtineatur pro eadem aëris densitate, quæ nimirum habet se ad densitatem aëris in libella maris ut 1. ad 4096 subducendo cal-

Ar Log. $\frac{D}{\pi}$

culos ad formulam $z = \frac{D}{\pi}$

O. 4343 r — A Log $\frac{D}{\pi}$

quæ in Celeberrimi FRISII *Cosmographiæ parte altera* & pag. 253 comparet. (*) In hac formula denotat z altitudinem Atmosphæræ a superficie terræ, quæ

quæritur; A altitudinem aëris homogenei & atmosphæaræ æquiponderantis hexapedarum $4241 = 4642$ org Svec.; r radium telluris, qui ponatur 3589141 org. Svec.; Log. $\frac{D}{\pi}$ Logarithmum hyperbolicum rationis densitatis aëris in libella maris & altitudine z ; adeo-

(*) Fortassis abs re non erit, demonstrationem hujus Formulæ exhibuisse:

E | Sit igitur in recta CE punctum C centrum
 telluris, punctum B in superficie ejusdem atque E
 ultimus terminus Atmosphæaræ terrestris. Fiat
 $CB = r$, $BN = z$; eritque $CN = r + z$. Pona-
 N | tur gravitas in $B = g$, atque habetur gravitas in
 B | N seu ad distantiam z , inferendo $\frac{gr^2}{r+z}^2 : r^2 :: g :$
 $\frac{gr^2}{r+z}^2$. Fiat quoque densitas aëris in $B = D$,
 C | & in $N = \pi$; eritque massa aëris ipsi dz respon-
 dens $= \pi dz$, ejusdemque massæ pondus $= \frac{gr^2 \pi dz}{r+z}^2$.

Cumque $A =$ altitudini aëris homogenei æquiponderantis columnæ BE , erit hujus columnæ pondus $= gDA$. Assumta jam lege condensationis aëris, prout vi experimentorum plerumque assumi solet, scilicet quod aëris densitates sint proportionales ponderibus ipsi incumbentibus; erunt fluxiones densitatum & ponderum itidem proportionales; adeoque $gDA : D ::$

❧) 7 (❧

adeoque in casu propofito $\text{Log. } \frac{D}{\pi} = \text{Log. } 4096$; Fra-
ctio

$\therefore \frac{gr^2 \pi dz}{r \mp z^2} : -d\pi$, afficiendo figno-fluxionem denfi-
tatis, cum decrefcit crefcente z & vice verfa. Hinc
habetur $-A \frac{d\pi}{\pi} = \frac{r^2 dz}{r \mp z^2}$, quæ integrata & corre-

cta præbet $\text{Log. } C - A \text{Log. } \pi = -\frac{r^2}{r \mp z}$. Ad de-
finiendam correctionis ergo affumtam constantem $\text{Log. } C$,
obfervamus, pofita $z = 0$, fieri $\text{Log. } \pi = \text{Log. } D$;
facta igitur fubftitutione & transpofitione in æquatio-
ne inventa, obtinebitur $\text{Log. } C = A \text{Log. } D - r$; &
fubftituendo hunc valorem ipfius $\text{Log. } C$ in æquatio-
ne $\text{Log. } C - A \text{Log. } \pi = -\frac{r^2}{r \mp z}$, habetur $A \text{Log.}$

$$\frac{D}{\pi} = r - \frac{r^2}{r \mp z} = \frac{rz}{r \mp z}; \text{ quare } z = \frac{\frac{D}{\pi} - r}{\frac{D}{\pi}}$$

$$\frac{Ar \text{Log. } \frac{D}{\pi}}{r - A \text{Log. } \frac{D}{\pi}}; \text{ fumtisque Logarithmis Briggianis, e-}$$

$$\text{rit } z = \frac{Ar \text{Log. } \frac{D}{\pi}}{0.4343} = \frac{Ar \text{Log. } \frac{D}{\pi}}{0.4343r - A \text{Log. } \frac{D}{\pi}}; \text{ q. e. d.}$$

0.4343.



Ratio autem decimalis, o. 4343, indicat quam proxime modulum Logarithmorum, qui ex Tabulis Briggianis sumuntur. Per hæc data, facta supputatione ad istam formulam, prodibit Atmosphærae terrestris altitudo $z = 39146$ org. Svec., quæ efficiunt paulo plus quam $6\frac{1}{2}$ milliaria Svecana. Patet itaque hinc, in minoribus distantis perinde esse, si calculus instituat sub hypothesi gravitatis sive constantis, sive decrescantis in ratione quadratorum distantiarum. Præterea observari convenit, quod altitudo Atmosphærae nostræ, ex assumtis extremæ aëris rarefactionis limitibus, frustra quæeratur; cum hi limites ita extendantur, ut omnem concipiendi vim nostram eludant; quemadmodum ingeniose demonstratum legitur in parte 2:da Dissert. de *Atmosphæra tellurem ambiente*, quæ Præsidi Nobilissimo Dn. Professore MELANDERHIELM anno 1763 Upsaliæ prodiit, in qua pariter conficitur, limites aëris, decrescente gravitate in ratione duplicata distantiarum, non esse assignabiles.

§. III.

Neque cuiquam mirum videbitur, quod limites aëris non sint assignabiles, cum maxime probabile habeatur, fluido hocce aëreo etiam reliquos Planetas una cum Sole esse circumdatos, ut nihil de stellis fixis dicamus, quarum distantia tanta est, ut vix ulla arte humana detegi queat, num quoque istæ Atmosphæris cingantur nec ne: nisi quis cum nonnullis recentiorum voluerit, nebulas istas, quæ stellarum nebula-



Iosarum nomine venire solent, pro quarundam fixarum Atmosphæris haberi. Usque enim ab eo tempore, quo GALILÆUS & SCHEINERUS maculas in Sole telescopiorum ope detexerunt, crebræ factæ sunt observationes in istas maculas, quarum plures deprehendebantur diutius ultra Solem latere, quam citra Solis discum apparere. Hinc non potuit non colligi, maculas istas superficiiei Solis non adhærere, sed inde altius esse positas atque eodem motu rotatorio cum Sole abripi: quod certissimo videtur esse indicio, Solem quoque Atmosphæra quadam esse stipatum. Planetæ telescopiis spectati, maculas etiam produnt, quarum variationes indicare videntur, singulos sua gaudere atmosphæra: quemadmodum jam HUGENIUS in opusculo, cui titulum *Cosmotheoros* indidit, de Venere atque inprimis de Jove ostendere conatus est. Maculas enim, quæ in Jove modo plures, modo pauciores, variisque mutationibus obnoxias observari contigit, nubibus in atmosphæra Jovis existentibus adscribere non dubitavit. Ex simili macularum variatione, quæ deinceps in Marte atque Saturno observatæ sunt, eadem sententia de Atmosphæris illorum invaluit. Quod ad Venerem attinet, phænomena, in transitu ipsius per Solis discum anno tam 1761 quam 1769 observata, existentiam atmosphæræ Veneris, extra dubitationem ponere videntur: quæ res in Dissertationis de *Atmosphæra Veneris*, parte priori, sub præsidio Cel. Dni Præsidis Anno 1770 hic ventilata, diffusius exposita habetur. De luna autem anceps diu



mansit quæstio, eo fere vergens, ut omni privaretur Atmosphæra. Ast Cel. DU SEJOUR in Actis Acad. Paris. Anni 1764 & 1765. præter alia id egit, ut Lunæ suam vindicaret Atmosphæram, millies fere Atmosphæra terrestri rariorem. Maxime itaque probabile est, quemvis Planetam cum Sole sua stipari Atmosphæra. Probabiliter quoque concludere licet, fluidum istud aëreum, quo tellus circumcingitur, ad totum Systema Planetarium & fortassis ultra pertinere: quippe in Dissertatione, §. II. citata, quoque demonstratur, densitatem aëris, in distantia etiam infinita, esse datæ magnitudinis; decresciente gravitate in ratione duplicata distantiarum a centro telluris.

§. IV.

Quod autem pertinet ad limites altitudinis fluidi aërei, quod telluris nostræ Atmosphæram constituit, isti certe re ipsa sunt determinatæ magnitudinis. Et enim illud duntaxat fluidum aëreum, quod telluris motum tam rotatorium quam progressivum sequitur, ad terrestrem Atmosphæram pertinere censendum est, cujus fluidi altitudinem ultra certos limites non progredi per se patefcere existimamus. Nihilominus tamen difficillimum est determinatu, ad quam altitudinem hi limites se extendant, id quod ex jam dicendis patebit. Primo itaque nobis dispiciendum erit, quos limites Atmosphæræ terrestri permittat Lunæ vis attractiva, quoniam Lunæ utpote telluri proximæ, etiam in æstu maris potiores omnino partes competunt.

petunt. Statuatur igitur, vim attractivam tellurem inter & Lunam esse in ratione directa massarum & inversa quadratorum distantiarum earundem, atque inveniatur distantia particulæ aëris, a terra lunaque æqualiter attracta, in recta centra earundem conjungente. Exhibeat a distantiam centrorum terræ & Lunæ, & x distantiam particulæ quæsitæ a centro terræ erit $a - x =$ distantia ejusdem particulæ a Lunæ centro. Ponatur massa telluris $= M$ atque Lunæ

$= m$; eritque per hypothesein $\frac{M}{x^2} = \frac{m}{a - x^2}$; unde

$$M(a^2 - 2ax + x^2) = mx^2, \text{ vel } x^2 - \frac{2Max}{M - m} = -\frac{Ma^2}{M - m}; \text{ adeoque } x = \frac{a(M \pm \sqrt{Mm})}{M - m}.$$

In hoc valore ipsius x signum $-$ erit retinendum, quippe quod Problemati satisfacit. Signum autem $+$ distantiam x exhibet protensam ultra Lunam. Ponatur M ad m ut 62, 8 ad 1, quemadmodum Cel. FRISIUS habet loco citato pag. 253, eritque $M = 62, 8 m$; fit quoque media distantia Terræ Lunæque semidiametrorum terrestrium $60. = a$. Substitutis his valoribus in æquatione

$$x = \frac{a(M - \sqrt{Mm})}{M - m} \text{ obtinebitur } x = 53, 3 \text{ semidiametrorum terrestrium,}$$

quem limitem altitudo Atmosphæaræ nostræ non excederet, si a Lunæ attractione sola penderet; quia inde usque particulæ aëreæ attractioni Lunæ obtemperarent. Altitudo igitur Atmosphæaræ

sphæræ a superficie terræ foret 52, 3 earundem semidiametrorum, nisi tellus nostra gauderet motu circa axem rotatorio, altitudinem istam per vim centrifugam, intra longe arctiores limites compellente.

§. V.

Restat igitur ut dispiciamus, quantum altitudo Atmosphæræ per vim centrifugam particularum aëris, ab ipfarum communi cum Tellure motu vertiginis oriundam deprimatur. Sit gravitas in ratione reciproca quadratorum distantiarum a centro terræ, & vis centrifuga in directa ratione distantiarum ab ejusdem superficie; ponatur quoque semidiameter æquatoris $= c$, nec non gravitas ad vim centrifugam sub æquatore ut a ad 1, atque inveniatur distantia x a centro terræ, in qua vis gravitatis sit æqualis vi centrifugæ, & consequenter particularum aëris omnis motus rotatorius cum Tellure cessat. Jam autem per simplicem analogiam ex iis quæ supposuimus, habetur in distantia x vis centrifuga $= \frac{x}{c}$, nec

non vis gravitatis $= \frac{ac^2}{x^2}$; quæ vires per hypothesein

erunt æquales, adeoque $\frac{x}{c} = \frac{ac^2}{x^2}$ unde $x^3 = ac^3$,

nec non $x = c \sqrt[3]{a}$. Si cum Cel. FRISIO assumatur, vim gravitatis se habere ad vim centrifugam sub æquatore ut 288, 5 ad 1; erit $a = 288, 5$ & proinde x

$= c$



$= c \sqrt[3]{a} = 6, 6. c.$ Hinc itaque limes ultimus Atmosphærae terrestris ad distantiam quinque semidiametrorum æquatoris cum semisse a superficie terræ ponendus foret. Ast hæc altitudo nimis magna adeoque diminuenda adhuc videtur. Verisimile enim non est, quod hunc limitem proxime excipientia strata inferiora, ob nimis magnam suam raritatem & valde exiguam vim gravitatis eundem participant motum rotatorium, quo tellus cum Atmosphæra inferiori circumagitur. Sed limites certo definire, quousque diminuenda sit Atmosphærae altitudo, quam obtinuimus; id forsitan omnem sagacitatem humanam eludit. Nihilominus ex allatis patescere existimamus, quod limites terrestris Atmosphærae longe altius sese extendant, quam vulgo creditur.

